

数 学 I

(全 問 必 答)

第 1 問 (配点 20)

[1]

(1) 2 次方程式

$$8x^2 - 14x + 3 = 0$$

の解は

$$x = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}, \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$$

である。ただし、 $\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ と $\frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ の解答の順序は問わない。

(2) 連立不等式

$$\begin{cases} 8x^2 - 14x + 3 < 0 \\ x^2 + 1 > (x - 3)^2 \end{cases}$$

の解は

$$\frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}} < x < \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$$

である。

(数学 I 第 1 問は次ページに続く。)

〔2〕 方程式

$$|x + 4| + |x - 1| = -x^2 + 14 \quad \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

を考える。

- (1) 次の ケ ～ サ に当てはまるものを、下の①～③のうちから一つずつ選べ。ただし、同じものを繰り返し選んでもよい。

方程式①は

$x < -4$ の範囲では ケ。

$-4 \leq x < 1$ の範囲では コ。

$1 \leq x$ の範囲では サ。

- ③ 解をもたない
- ① 1 個の解をもつ
- ② 2 個の解をもつ

- (2) 方程式①の解は

$$x = \text{シス}, \text{セソ} + \text{タ} \sqrt{\text{チ}}$$

である。

数学 I

第 2 問 (配点 25)

a を定数とし、 x の 2 次関数

$$y = x^2 - 2(a - 1)x + 2a^2 - 8a + 4 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

のグラフを G とする。

(1) グラフ G が表す放物線の頂点の座標は

$$\left(a - \boxed{\text{ア}}, a^2 - \boxed{\text{イ}}a + \boxed{\text{ウ}} \right)$$

である。グラフ G が x 軸と異なる 2 点で交わるのは

$$\boxed{\text{エ}} - \sqrt{\boxed{\text{オ}}} < a < \boxed{\text{エ}} + \sqrt{\boxed{\text{オ}}}$$

のときである。さらに、この二つの交点がともに x 軸の負の部分にあるのは

$$\boxed{\text{カ}} - \sqrt{\boxed{\text{キ}}} < a < \boxed{\text{ク}} - \sqrt{\boxed{\text{ケ}}}$$

のときである。

(数学 I 第 2 問は次ページに続く。)

- (2) グラフ G が表す放物線の頂点の x 座標が 3 以上 7 以下の範囲にあるとする。

このとき、 a の値の範囲は

$$\boxed{\text{コ}} \leq a \leq \boxed{\text{サ}}$$

であり、2 次関数 ① の $3 \leq x \leq 7$ における最大値 M は

$$\boxed{\text{コ}} \leq a \leq \boxed{\text{シ}} \text{ のとき}$$

$$M = \boxed{\text{ス}} a^2 - \boxed{\text{セソ}} a + \boxed{\text{タチ}}$$

$$\boxed{\text{シ}} \leq a \leq \boxed{\text{サ}} \text{ のとき}$$

$$M = \boxed{\text{ツ}} a^2 - \boxed{\text{テト}} a + \boxed{\text{ナニ}}$$

である。

したがって、2 次関数 ① の $3 \leq x \leq 7$ における最小値が 6 であるならば

$$a = \boxed{\text{ヌ}} + \boxed{\text{ネ}} \sqrt{\boxed{\text{ノ}}}$$

であり、最大値 M は

$$M = \boxed{\text{ハヒ}} - \boxed{\text{フ}} \sqrt{\boxed{\text{ヘ}}}$$

である。

数学 I

第 3 問 (配点 30)

$\triangle ABC$ において, $AB = 4$, $BC = 5$, $CA = \sqrt{21}$ とする。

(1) このとき, $\angle ABC = \boxed{\text{アイ}}$ °である。

(2) 点 D は直線 AC に関して点 B と反対側にあり, $\angle ADC = 120^\circ$ であるとする。

$\triangle ABD$ の面積を S_1 , $\triangle BCD$ の面積を S_2 とするとき

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{2}{5}$$

であるとする。 $\angle BAD + \angle BCD = \boxed{\text{ウエオ}}$ °であるから

$$AD = \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}} CD$$

となる。このとき

$$AD = \sqrt{\boxed{\text{ク}}}$$

であり, $\triangle ACD$ の面積は $\frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}} \sqrt{\boxed{\text{サ}}}$ である。

(数学 I 第 3 問は次ページに続く。)

(3) $\triangle ABC$ の外接円の中心を O とする。円 O の半径は $\sqrt{\boxed{\text{シ}}}$ である。

$\triangle ABC$ を底面とする三角錐 $PABC$ において、 PO は点 P から底面 ABC に下ろした垂線であるとする。

$$\tan \angle PAO = 3$$

であるとき

$$PO = \boxed{\text{ス}} \sqrt{\boxed{\text{セ}}}$$

であり、三角錐 $PABC$ の体積は $\boxed{\text{ソ}} \sqrt{\boxed{\text{タチ}}}$ である。

数学 I

第 4 問 (配点 25)

a, b を定数とし, x についての整式

$$A = x^3 + (a + 1)x^2 - (5a^2 - 3)x + 7a - 1$$

$$B = x^2 - 2ax - a + 1$$

$$C = x + b$$

を考える。

整式 $A - BC$ を展開して x について整理するとき

x^2 の係数を p , x の係数を q , 定数項を r

とする。このとき

$$p = \boxed{\text{ア}} a - b + \boxed{\text{イ}}$$

である。

(数学 I 第 4 問は次ページに続く。)

ここで、 $p = 0$ であるとする。

このとき、 x の係数 q は

$$\begin{aligned} q &= a^2 + \boxed{\text{ウ}} a + \boxed{\text{エ}} \\ &= (a + \boxed{\text{オ}})(a + \boxed{\text{カ}}) \end{aligned}$$

となる。ただし、 $\boxed{\text{オ}}$ と $\boxed{\text{カ}}$ の解答の順序は問わない。

また、定数項 r は

$$\begin{aligned} r &= \boxed{\text{キ}} a^2 + \boxed{\text{ク}} a - \boxed{\text{ケ}} \\ &= (\boxed{\text{コ}} a - \boxed{\text{サ}})(a + \boxed{\text{シ}}) \end{aligned}$$

となる。

さらに、 $p = 0$ 、 $q = 0$ 、 $r = 0$ ならば

$$a = \boxed{\text{スセ}}, b = \boxed{\text{ソタ}}$$

である。このとき、整式 A は

$$A = (x + \boxed{\text{チ}})(x + \boxed{\text{ツ}})(x - \boxed{\text{テ}})$$

となる。ただし、 $\boxed{\text{チ}}$ と $\boxed{\text{ツ}}$ の解答の順序は問わない。